

# Análise e Processamento de Sinal e Imagem

## V - Reconhecimento de Padrões

António M. Gonçalves Pinheiro

Departamento de Física  
Universidade da Beira Interior  
Covilhã - Portugal

pinheiro@ubi.pt

## Reconhecimento de Padrões

---

1. Caracterização de Sinais e Imagem
2. Técnicas de Classificação
3. Classificação Não-supervisionada

## Reconhecimento de Padrões

---

### Introdução

Facilidade com que reconhecemos:

- Uma cara
- Palavras ouvidas
- Lemos caracteres escritos
- Identificamos as nossas chaves nos bolsos
- Notamos comida estragada pelo cheiro

→ Tem por trás um processo de **RECONHECIMENTO DE PADRÕES**

## Reconhecimento de Padrões

---

### Bibliografia

1. Richard O. Duda, Peter E. Hart and David G. Stork, *Pattern Classification*, 2nd Ed., Wiley, 2001, ISBN: 0-471-05669-3
2. Linda G. Shapiro and George C. Stockman, *Computer Vision*, Prentice Hall, 2001, ISBN: 0-13-030796-3

## Reconhecimento de Padrões

---

### Definição

*Acto de a partir de dados misturados fazer ou tomar uma acção baseado na **categoria** do padrão.*



- Crucial para a nossa sobrevivência
- Evolução humana teve um desenvolvimento de sistemas neuronais e cognitivos que permitem desenvolver múltiplas tarefas de reconhecimento

## Reconhecimento de Padrões

---

### Máquinas com Percepção

Aparelhos capazes de executar tarefas de **Reconhecimento de Padrões** são um dos grandes desafios tecnológicos:

- Reconhecimento de Fala
- Identificação de impressões digitais (ou outras características biométricas)
- Reconhecimento Óptico de Caracteres
- Identificação de Sequências de DNA

Exigência de **Precisão** e **Fiabilidade** para que sistemas de **Reconhecimento de Padrões** sejam verdadeiramente úteis.

## Modelo de Reconhecimento de Padrões

### Modelo

Diferentes **DESCRIÇÕES** dos elementos a serem identificados.

(Tipicamente são descritos de forma matemática).

- **Pre-Processamento** → **SEGMENTAÇÃO**
- **Extracção de CARACTERÍSTICAS** →  
Mede as **CARACTERÍSTICAS/Propriedades** definidas
- **CLASSIFICAÇÃO** →
  - Estes elementos são graduados por um conjunto de **Amostras de Treino**.
  - O **CUSTO** a pagar por erro do processo de *Tomada de Decisão* tem que ser tomado em conta no processo de decisão.

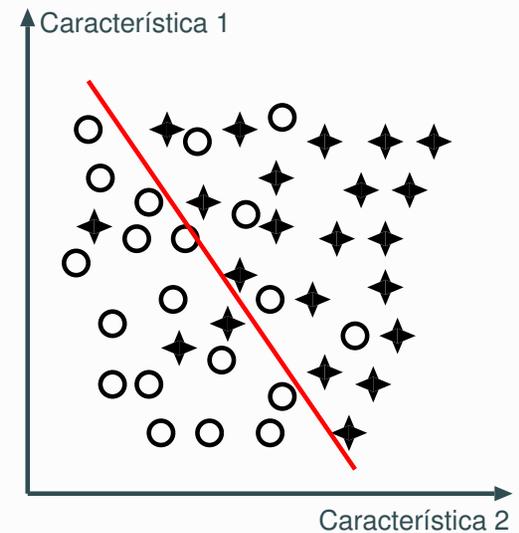


## Sistema de Reconhecimento de Padrões

### Definição de Teoria da Decisão

Estabelece Regras de Decisão de forma a estabelecer Limites que minimizam o Custo.

O **Reconhecimento de Padrões** é um subcampo da Teoria da Decisão.



## Sistema de Reconhecimento de Padrões

---

### Reconhecimento de Padrões Estatístico

Foca-se nas CARACTERÍSTICAS e PROPRIEDADES ESTATÍSTICAS dos padrões, geralmente expressas em densidades de probabilidades.

- O MODELO DE UM PADRÃO pode ser um ÚNICO CONJUNTO DE CARACTERÍSTICAS ESPECÍFICAS.
- O padrão em consideração pode estar corrompido por RUÍDO ALEATÓRIO

### Classificação de Padrões por Redes Neurais

Sub-caso de Reconhecimento de Padrões Estatístico

### Reconhecimento de Padrões por Sintaxe

O modelo consiste num conjunto de regras e numa gramática que permitem uma decisão.  
(Uma frase gramaticamente correcta não tem nada de estatístico)

## Sistema de Reconhecimento de Padrões

---

### Características Adicionais

- Regiões de Decisão Simples
- Classificador Simples de Treinar

### Características Robustas

Relativamente Insensíveis ao ruído e outras Fontes de Erro!

## Sistema de Reconhecimento de Padrões

---

### Áreas Relacionadas

- **Teste de Hipóteses**  
Decide qual a probabilidade de uma determinada ocorrência se dar.
- **Processamento de Imagem**  
Pretende obter uma nova imagem a partir de uma imagem original. Em Reconhecimento de Padrões extraem-se características de uma imagem.
- **Memória Associativa**  
Estes sistemas perante um determinado padrão emitem um outro padrão que em geral é representativo de um grupo geral de padrões.

## Sistema de Reconhecimento de Padrões

---

### Áreas Relacionadas

- **Regressão**

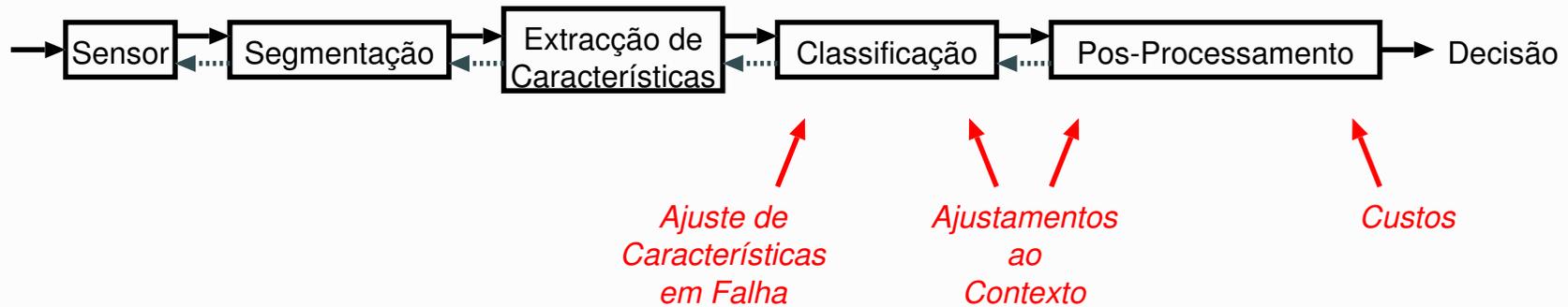
Pretende encontrar uma descrição funcional dos dados, normalmente com o objectivo de poder prever os valores de nova entrada.

- **Interpolação**

- **Estimação de Densidade**

Problema de Estimar a Densidade/Probabilidade que um membro de certa categoria ter um determinado conjunto de características.

## Sistema de Reconhecimento de Padrões



### Sensores

Entada do Sistema, tipicamente um Transdutor

- Camara
- Microfone(s)

As limitações dos Sensores originam muitos problemas

(largura de banda, resolução, sensibilidade, distorção, taxa sinal/ruído, latência)

## Sistema de Reconhecimento de Padrões



### Segmentação (e Agrupamento)

Extracção de informação relevante.

(Um dos maiores problemas do Reconhecimento de Padrões)



## Sistema de Reconhecimento de Padrões



### Extracção de Características

*Tem como objectivo caracterizar um objecto para ser reconhecido por medidas que são muito parecidas em objectos da mesma categoria e muito diferentes para objectos de outras categorias.*

Pretendem-se **CARACTERÍSTICAS Distinguíveis** que sejam **INVARIANTES** a transformações irrelevantes.

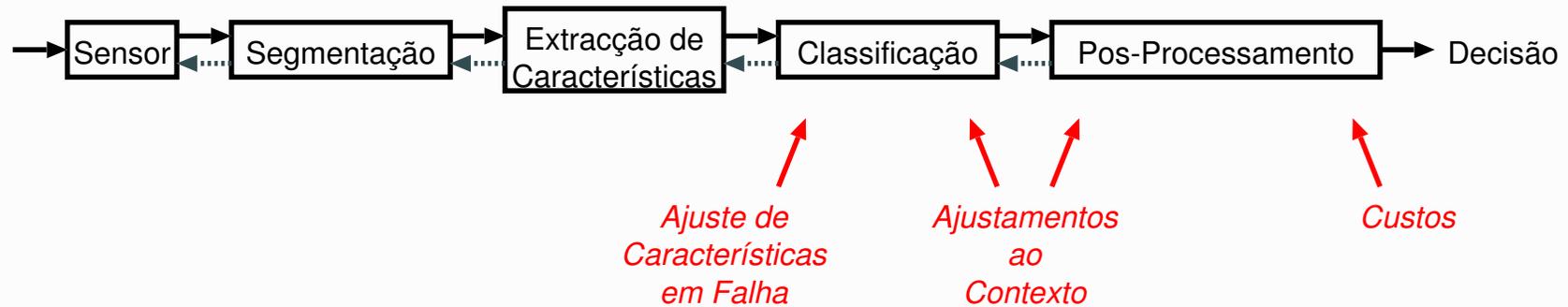
## Sistema de Reconhecimento de Padrões



### Classificação

- Tem como objectivo usar o vector de características para atribuir ao objecto uma categoria.
- Como uma classificação perfeita é quase sempre impossível, calcula a *Probabilidade* de um objecto pertencer a cada uma das categorias.
- Variação dos valores das características nos objectos da mesma categoria pode ser devida a:
  - Complexidade
  - Ruído/Aleatoriedade

## Sistema de Reconhecimento de Padrões

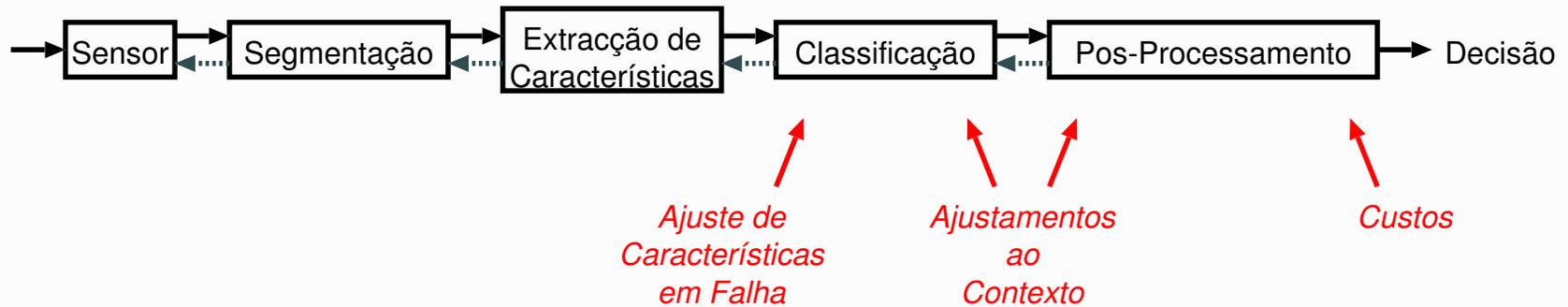


### Extracção de Características versus Classificação

A fronteira entre estes dois blocos é de alguma forma arbitrária, dependendo do sistema:

- Extractor de Características *Ideal* → Classificação *Trivial*
- Classificação *Omnipotente* → Extractor de Características *Simple*

## Sistema de Reconhecimento de Padrões



### Pos-Processamento

Executa a Acção Adequada em função do Reconhecimento da Classificação.

## Sistema de Reconhecimento de Padrões

---

### Taxa de Erro

Medida mais simples da qualidade de funcionamento da Classificação.

### Risco

Custo esperado total de se fazer um erro de classificação.

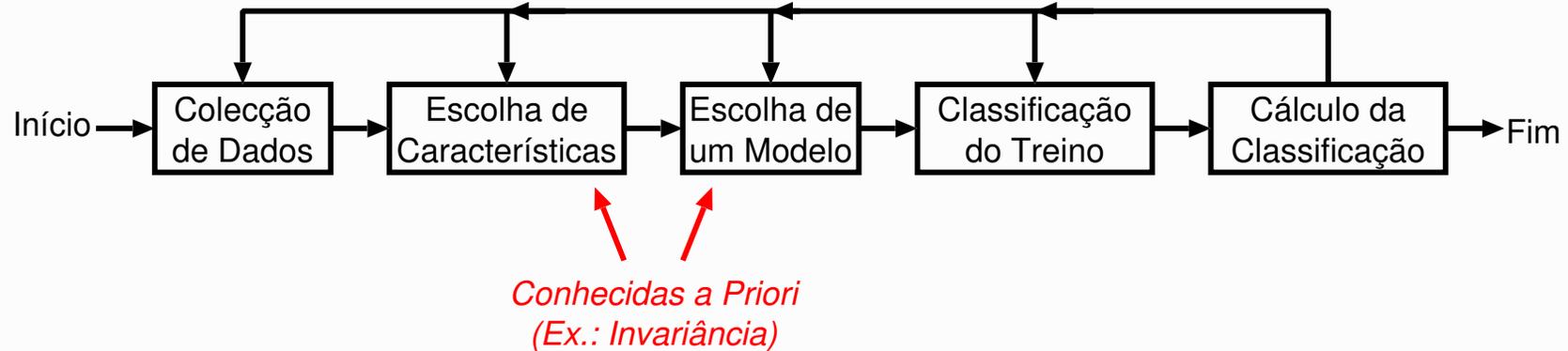
### Contexto

Pode ser usado para melhorar os resultados da classificação, considerando a especificidade do modelo.

### Múltiplas Classificações

Podem ser combinados de forma a melhorar o Processo de Reconhecimento.

## Desenho de Sistema de Reconhecimento de Padrões



### Colecção de Dados

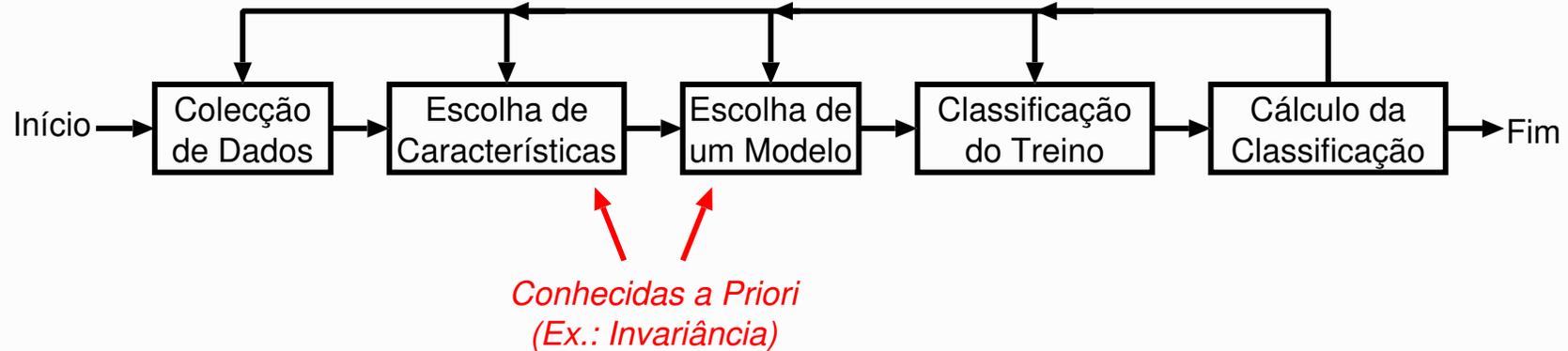
### Escolha das Características

Devem ser:

- Simples de Extrair
- Invariantes a Transformações Irrelevantes
- Insensíveis ao Ruído
- Úteis para a Discriminação pretendida

O conhecimento a priori do Sistema é muito importante

## Desenho de Sistema de Reconhecimento de Padrões



Escolha de um Modelo

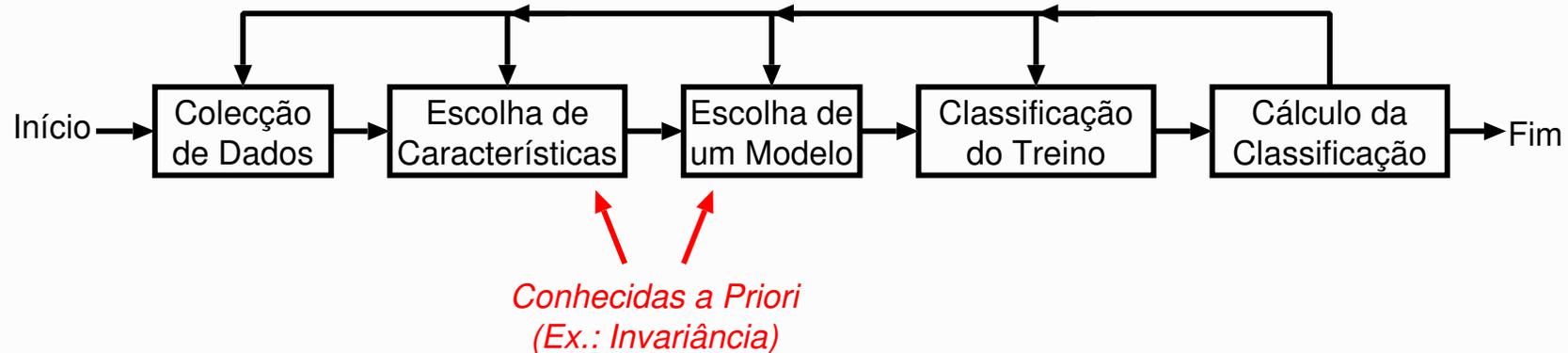
Treino

Cálculo de Classificação

Medida de qualidade do funcionamento do sistema

Permite identificar a necessidade de melhorar as suas diferentes componentes

## Desenho de Sistema de Reconhecimento de Padrões



### Reconhecimento e Adaptação

- Reconhecimento Supervisionado
  - Uso de *Protótipos*: A classificação é feita usando o *protótipo* mais próximo.
  - Estatístico: Usam-se funções de Densidade de Probabilidade, escolhendo-se a classificação mais provável para o vector  $\vec{x}$ .
  - Redes Neurais: Programada por um processo de aprendizagem que estabelece valores para os pesos.
- Reconhecimento não Supervisionada
- Reconhecimento Reforçado

## Modelo Comum de Classificação

---

### Classes

Modelo tem um conjunto de  $m$  classes, conhecidas por:

- Descrição  
*Exemplo:* Em classificação de caracteres tem-se uma descrição da aparência de cada caracter
- Conjunto de Exemplos  
*Exemplo:* Em classificação de caracteres tem-se um conjunto de amostras dos caracteres

Uma **Classe** ideal é um conjunto de objectos que tem alguma propriedade importante que lhes é comum.

## Modelo Comum de Classificação

### Classes

Uma **ETIQUETA DE UMA CLASSE** denota a classe ao qual o objecto pertence.

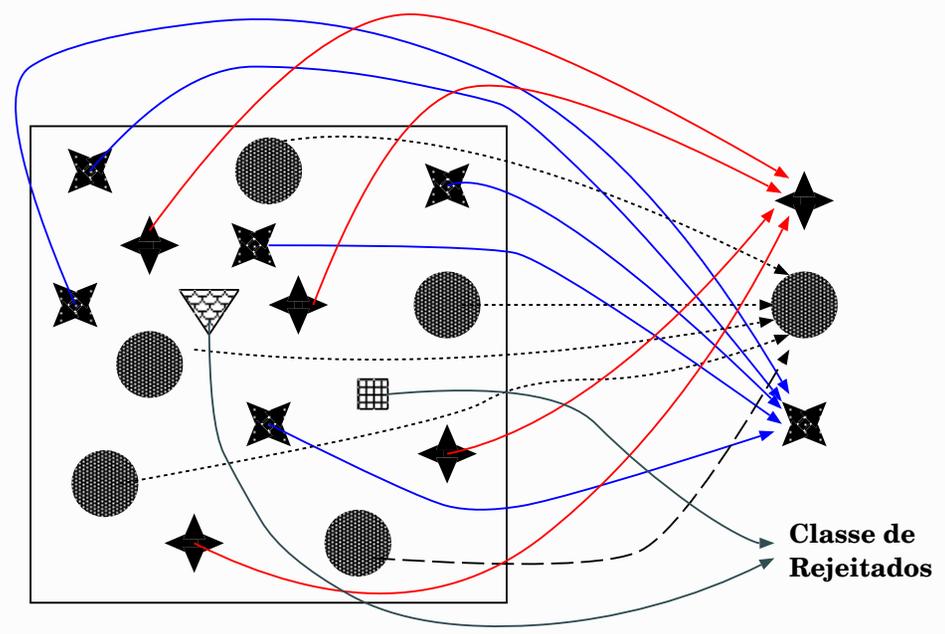
**CLASSIFICAÇÃO** é o processo que atribui uma Etiqueta de Classe a um objecto de acordo com uma dada representação das propriedades do objecto.

**CLASSIFICADOR** é o equipamento ou o algoritmo que tem como entrada uma representação do Objecto e como saída uma Etiqueta de Classe

Uma **CLASSE DE REJEITADOS** é uma classe genérica de Objectos aos quais não pode ser atribuída nenhuma das classes designadas.

# Modelo Comum de Classificação

Classes



## Modelo Comum de Classificação

### Sensores/Transdutores

No processo de classificação é fundamental o equipamento que lê a informação que será processada pelo equipamento de reconhecimento.

EXEMPLO:

Classificar  
vegetais num  
supermercado



Câmara  
a cores



Classificação poderá ser feita considerando medidas de características como:

- Cores
- Formas
- Texturas

## Modelo Comum de Classificação

---

### Extractor de Características

Extrai a informação relevante ao processo de reconhecimento da informação lida pelo(s) sensor(s).

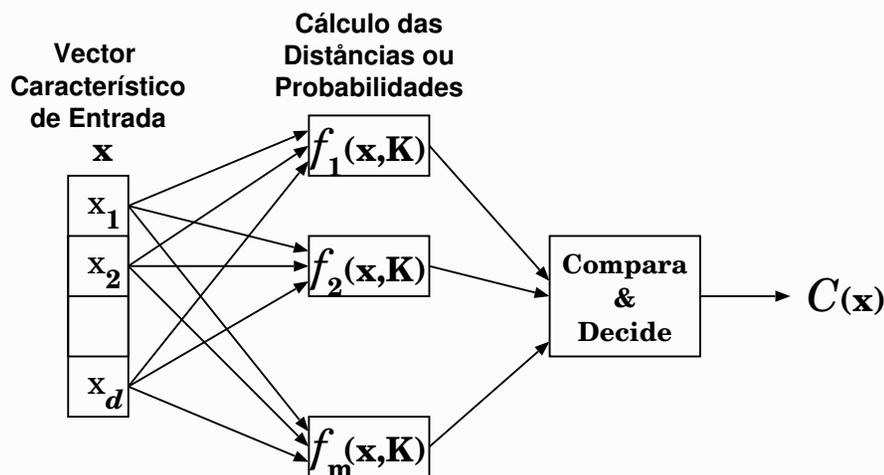
É nesta fase que algoritmos de processamento de imagem apropriados seriam usados no exemplo anterior para identificar Cores, Formas e Texturas.

Desta forma um conjunto de **CARACTERÍSTICAS** relevantes para a classificação ficam disponíveis.

## Modelo Comum de Classificação

### Classificador

Usa as CARACTERÍSTICAS extraídas para assignar ao objecto uma de  $m$  CLASSES,  $C_1, C_2, \dots, C_{m-1}, C_m = C_r$  ( $C_r$  - Classes de Rejeitados)



- Um Vector Característico de Entrada  $\mathbf{x}$  de dimensão  $d$  representa o objecto a ser classificado.
- Cada *CLASSE* possível tem um bloco que processa o Vector Característico de Entrada  $\mathbf{x}$  e calcula uma medida do *OBJECTO* pertencer a essa *CLASSE*, usando algum conhecimento  $\mathbf{K}$  sobre a *CLASSE*.
- Um estágio final compara os  $m$  resultados e atribui uma *CLASSE* final ao *OBJECTO*.

## Modelo Comum de Classificação

---

### Cálculo do Erro do Sistema

A **TAXA DE ERRO** de um sistema de Classificação mede a qualidade do reconhecimento para que o sistema foi desenhado.

### Definições:

Um **ERRO DE CLASSIFICAÇÃO** existe quando um objecto foi Classificado como pertencente à CLASSE  $C_i$ , quando a sua verdadeira CLASSE é  $C_j$  com  $i \neq j$  e  $C_i \neq C_r$ .

## Modelo Comum de Classificação

### Cálculo do Erro do Sistema

#### Definições:

A **TAXA DE ERRO EMPÍRICA** de um Sistema de Classificação é o número de ERROS feitos com Dados de Teste Independentes dividido pelo número de Classificações que foram tentadas.

A **TAXA DE REJEIÇÃO EMPÍRICA** de um Sistema de Classificação é o número de REJEIÇÕES feitas com Dados de Teste Independentes dividido pelo número de Classificações que foram tentadas.

Os **DADOS DE TESTE INDEPENDENTES** são objectos de amostra cuja verdadeira CLASSE é conhecida, incluindo alguns objectos pertencentes à CLASSE de REJEIÇÃO, que não foram usados no desenho dos sistemas de Extração e Classificação.

## Modelo Comum de Classificação

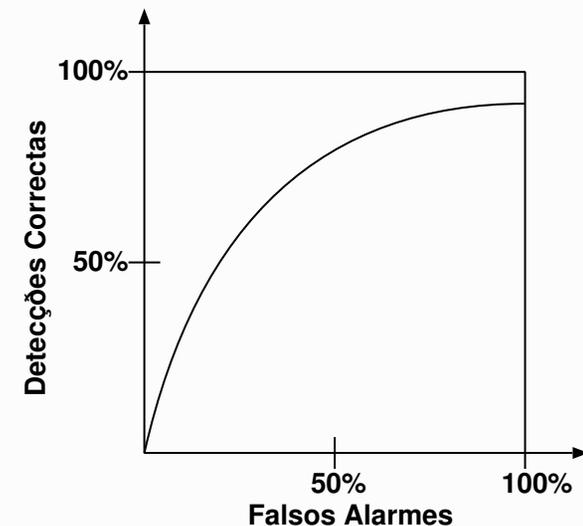
### Falsos Positivos e Falsos Negativos

- Um **Falsos Positivo (Falso Alarme)** ocorre quando a uma CLASSE é atribuído um OBJECTO errado.
- Um **Falsos Negativo** ocorre quando a uma CLASSE não é atribuído um OBJECTO que lhe pertencia.

### ROC - (“Receiver Operating Curve”)

Representa graficamente a relação entre a Detecção Correcta e o Falso Alarme (Falso Positivo)

Normalmente um aumento do número de detecções correctas também leva a uma aumento do número de Falsos Alarmes.

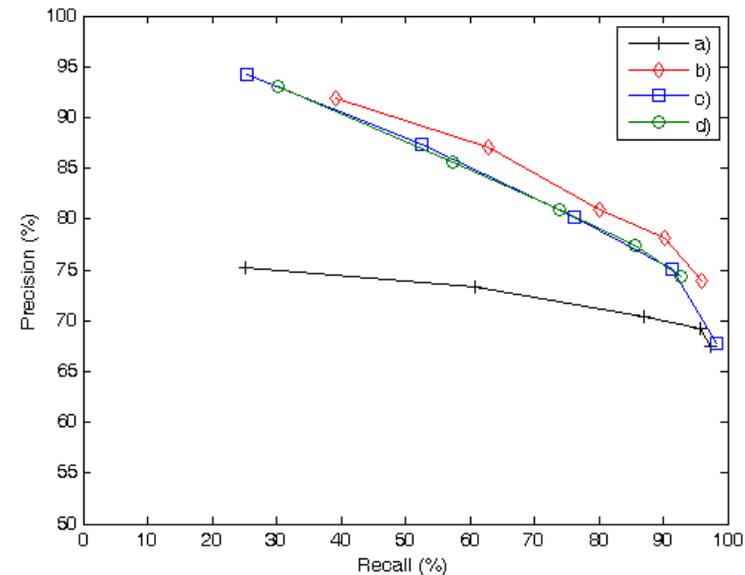


## Modelo Comum de Classificação

### Gráficos Precision versus Recall

$$Recall = \frac{TP}{TP + FN}$$

$$Precision = \frac{TP}{TP + FP}$$



ROC - O objectivo de um sistema de classificação é ter um ROC com uma curva a passar no canto superior esquerdo do gráfico.

Precision versus Recall - O objectivo de um sistema de classificação é ter um gráfico “Precision versus Recall” com uma curva a passar no canto superior direito do gráfico.

## Caracterização de Imagem

---

### Sumário

- Introdução
- Caracterização de cor
- Caracterização de Texturas
- MPEG-7

# Caracterização de Imagem

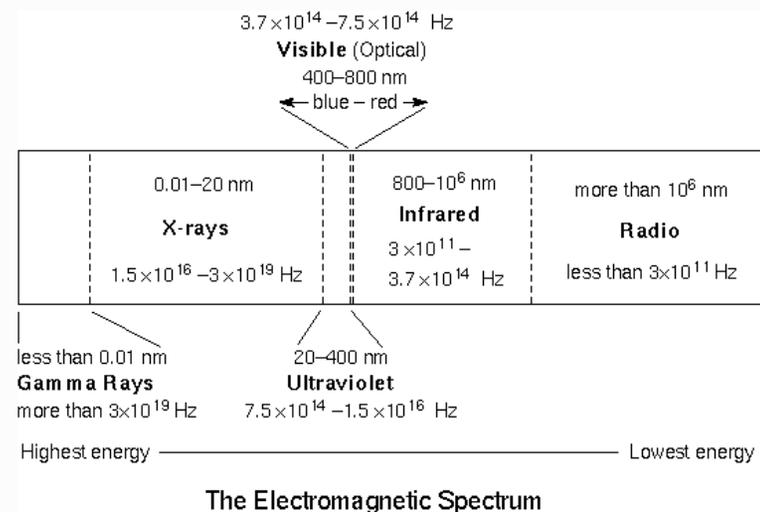
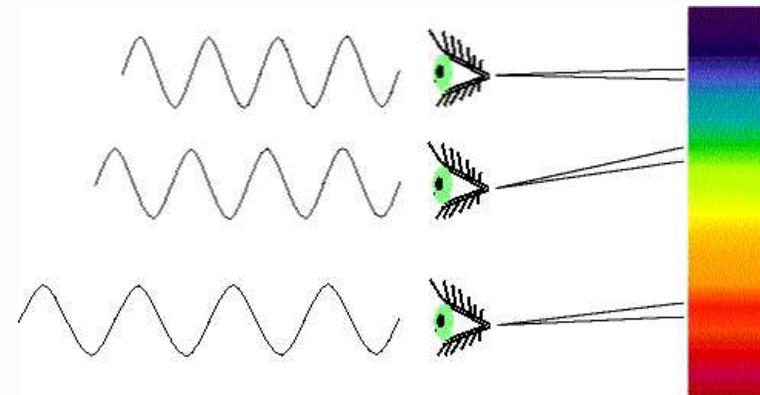
## Caracterização de Cor

### Física da Cor

RECEPTORES QUÍMICOS DO OLHO HUMANO SÃO SENSÍVEIS À RADIAÇÃO (LUMINOSA)

- COMPRIMENTOS DE ONDA ( $\lambda$ )  $\in [400nm, 700nm]$  (VIOLETA AO VERMELHO);

LUZ BRANCA - COMPOSTA DE UMA ENERGIA APROXIMADAMENTE IGUAL EM TODOS OS COMPTRIMENTOS DE ONDA DO ESPECTRO VISÍVEL.



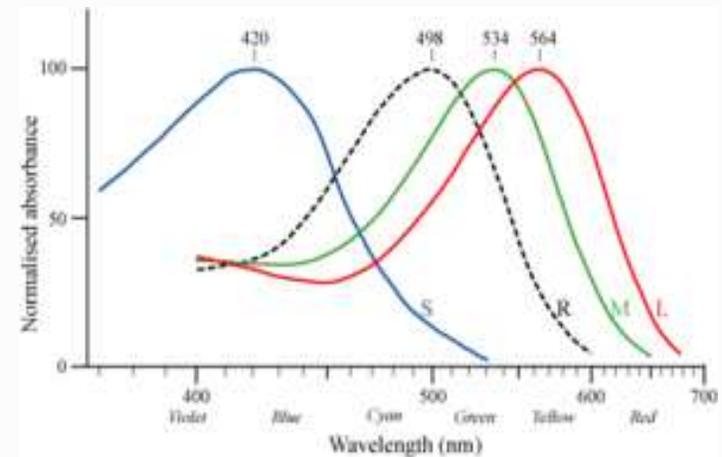
## Caracterização de Imagem

### Caracterização de Cor

#### Espaços de Cor - RGB

A percepção de cor humana resulta de três tipos de receptores (cones) sensíveis a três zonas espectrais (Vermelhos, Verdes e Azuis) - Visão de Cor Tricromática.

Tipo de Cone	Nome	Intervalo	Pico de sensibilidade
S	Azul	400..500 $\eta\text{m}$	440 $\eta\text{m}$
M	Verde	450..630 $\eta\text{m}$	544 $\eta\text{m}$
L	Vermelho	500..700 $\eta\text{m}$	580 $\eta\text{m}$



Uma determinada cor (comprimento de onda) estimula cada um destes cones com uma determinada intensidade.

Exemplo: Amarelo estimula fortemente os cones tipo L, moderadamente os tipo M e muito suavemente os tipo S.

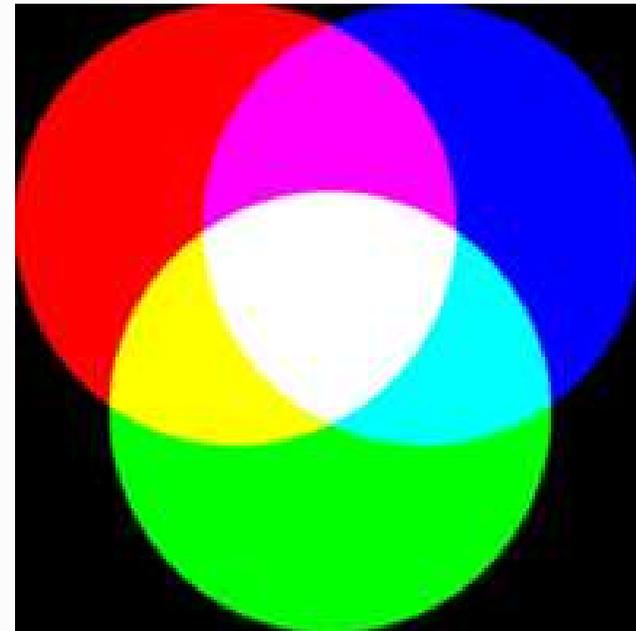
## Caracterização de Imagem

### Caracterização de Cor

#### Espaços de Cor - RGB

Equipamentos de visualização de imagem a cores (TVs, Monitores de Computador, etc) usam um sistema de mistura de cores aditiva com cores primárias R-Vermelho, G- Verde, B-Azul. Cada uma estimula os receptores respectivos do olho humano na quantidade pretendida.

EXEMPLO DE CORES RGB  
CODIFICADAS COM 24 BITS:  
◇ VERMELHO (255,0,0);  
◇ AMARELO (255,255,0);  
◇ BRANCO (255,255,255);  
◇ PRETO (0,0,0);  
◇ CINZENTO DE MÉDIA  
INTENSIDADE (127,127,127);



Representação da Adição de Cores

## Caracterização de Imagem

---

Caracterização de Cor

Espaços de Cor - RGB

RGB Normalizado:

$$r = \frac{R}{R + G + B} \quad g = \frac{G}{R + G + B} \quad b = \frac{B}{R + G + B}$$

Intensidade:

$$I = \frac{R + G + B}{3}$$

## Caracterização de Imagem

### Caracterização de Cor

#### Espaços de Cor - CIE XYZ

CIE - Comissão Internacional de Iluminação; Criado em 1931

XYZ Normalizado:

$$x = \frac{X}{X + Y + Z} \quad y = \frac{Y}{X + Y + Z} \quad z = \frac{Z}{X + Y + Z}$$

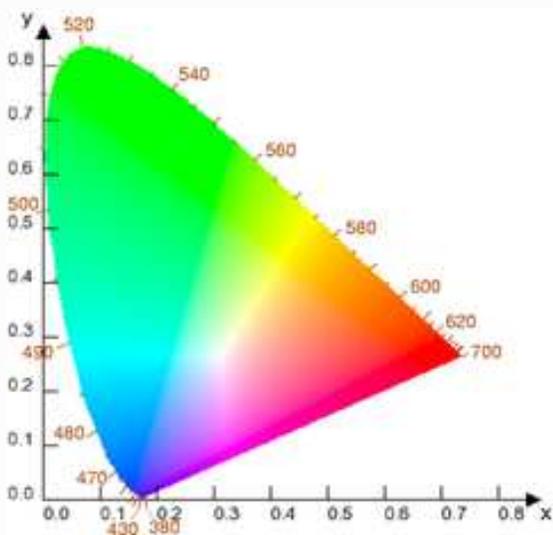
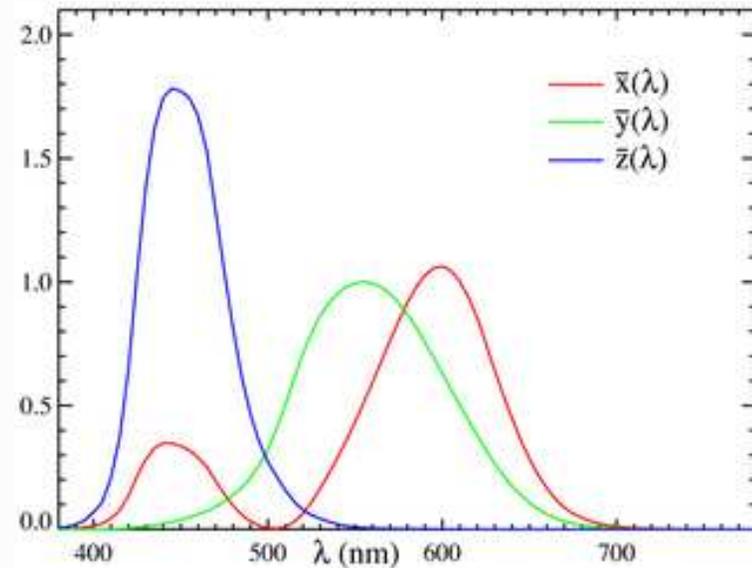


DIAGRAMA DE CROMATICIDADE CIE - XYZ



Funções Colorimétricas da Norma CIE - XYZ

## Caracterização de Imagem

### Caracterização de Cor

#### Espaços de Cor - HSV

H - Hue (tonalidade); S - Saturation; V - Value (Luminosidade)

Mais próximo da representação humana;

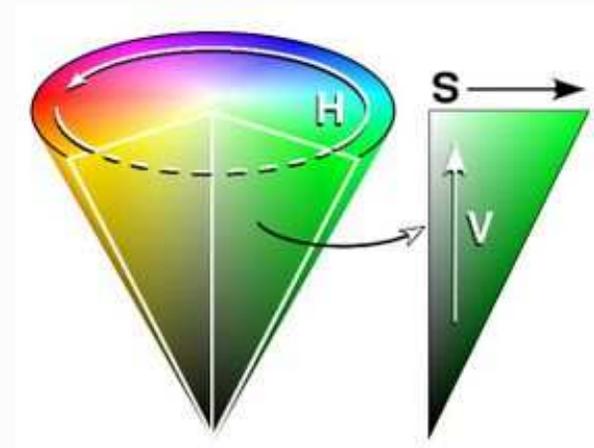
#### Transformação RGB para HSV

$$Max = Max\{r, g, b\} \quad Min = Min\{r, g, b\}$$

$$H = \begin{cases} 60 \frac{g-b}{Max-Min}, & \text{se } Max = r \text{ e } g \geq b \\ 60 \frac{g-b}{Max-Min} + 360, & \text{se } Max = r \text{ e } g < b \\ 60 \frac{g-b}{Max-Min} + 120, & \text{se } Max = g \\ 60 \frac{g-b}{Max-Min} + 240, & \text{se } Max = b \end{cases}$$

$$H \in \{0, 360\}^{\circ}$$

$$S = \frac{Max - Min}{Max} \in \{0, 1\} \quad V = Max \in \{0, 1\}$$



Espaço de Cores HSV

## Caracterização de Imagem

Caracterização de Cor  
Espaços de Cor - HSV



Efeito da Variação da Saturação numa Imagem



Efeito da Variação da Tonalidade numa Imagem

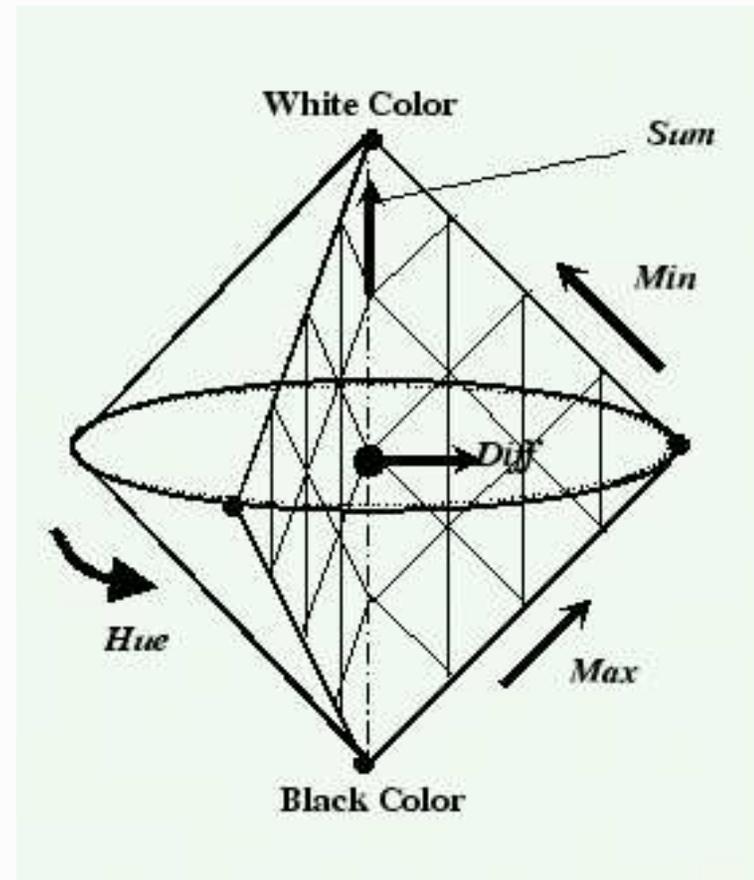
## Caracterização de Imagem

### Caracterização de Cor

### Espaços de Cor - HMMD

HMMD: (Hue, Max, Min, Diff)

$Diff = Max - Min$



Representação do espaço HMMD

## Caracterização de Imagem

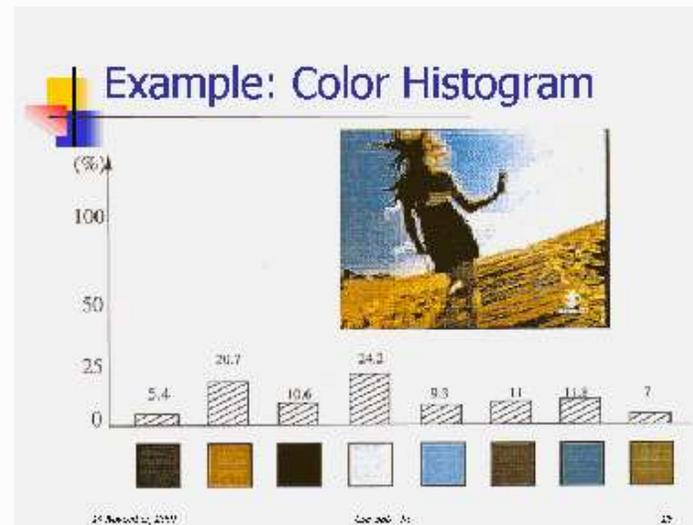
### Caracterização de Cor

#### Histogramas de Cor

As cores são agrupadas por semelhança em “bins”.

O número de pixels com cores pertencentes a cada “bin” é contabilizado no histograma.

O espaço HSV é especialmente indicado para os histogramas de cor, pois cores semelhantes aparecem naturalmente próximas



## Caracterização de Imagem

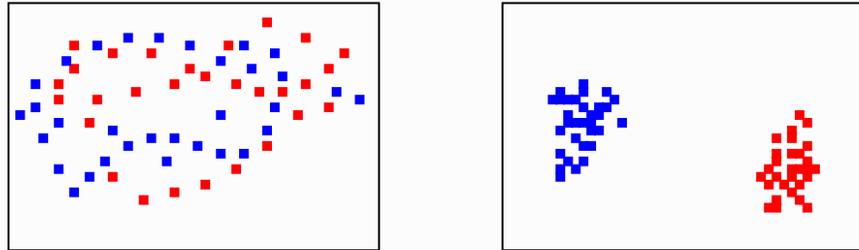
### Caracterização de Cor

#### Descritor Estructural de Cor

Uma janela (por exemplo de  $8 \times 8$ ) move-se sobre a imagem.

Em vez de se aumentar o número de cores num histograma de cor, só se aumenta uma unidade cada vez que na sobreposição da janela se encontra uma ou mais vezes uma cor pertencente ao “*bin*” respectivo.

Este Descritor melhora o cálculo de similaridade em imagens reais.



Duas imagens com histograma de cores idêntico, mas com *Descritor Estructural de Cor* diferentes.

## Caracterização de Imagem

### Caracterização de Textura

### Exemplo de Texturas



Exemplo de imagens identificáveis pela textura

## Caracterização de Imagem

### Caracterização de Textura

#### Exemplo de Texturas

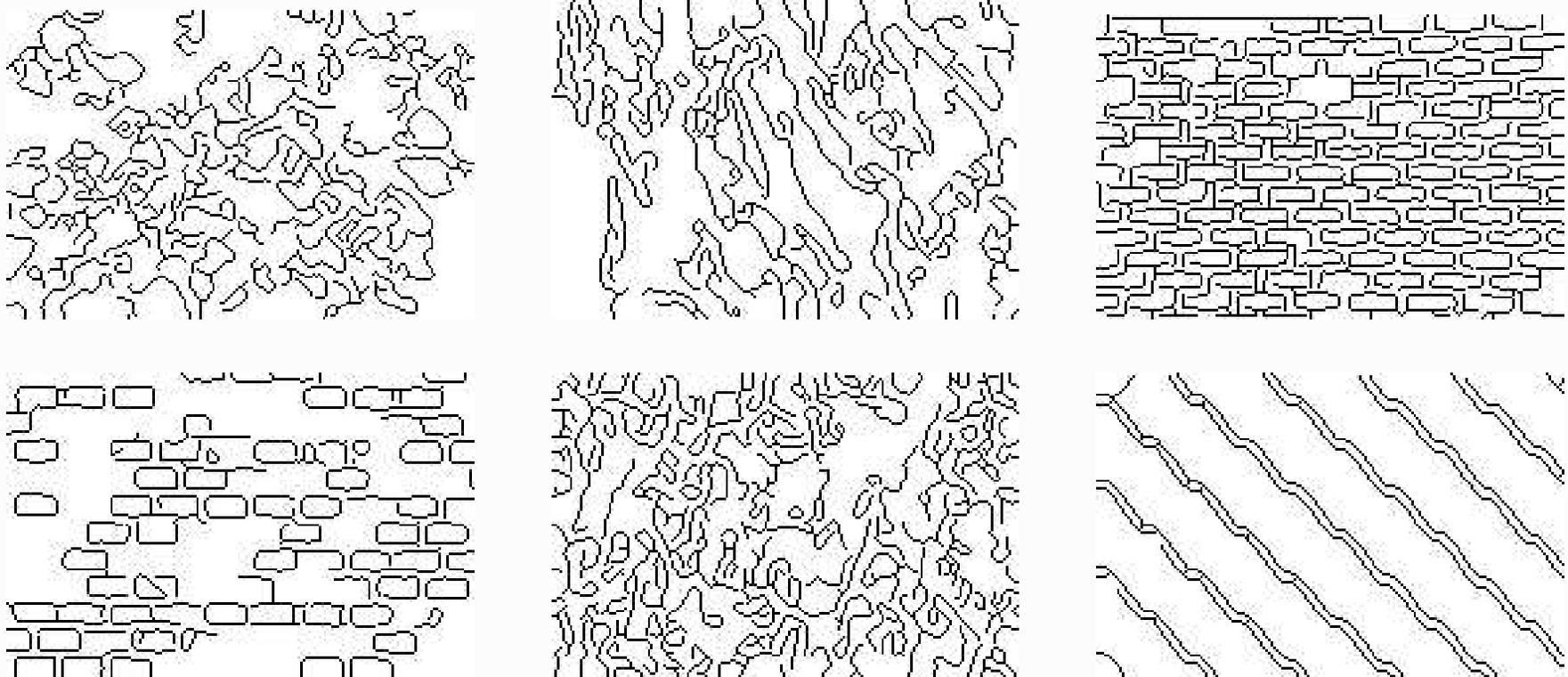


Exemplo de imagens com uma textura

## Caracterização de Imagem

### Caracterização de Textura

#### Descrição de Textura - Arestas da Imagem



Exemplo de arestas das imagens com uma textura

## Caracterização de Imagem

### Caracterização de Textura

#### Descrição de Textura - HISTOGRAMAS das ARESTAS -EHD

Existem diferentes métodos que descrevem a distribuição das arestas.

O mais relevante consiste no cálculo dos HISTOGRAMAS das ARESTAS.

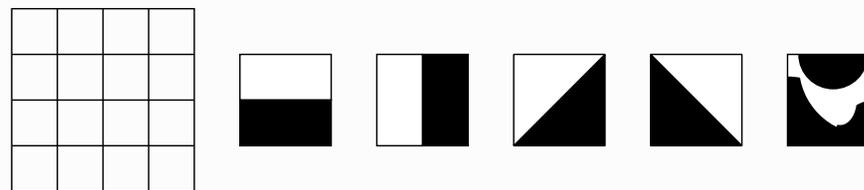
A imagem é dividida em sub-imagens de  $4 \times 4$

Para cada pixel aresta é definido qual o tipo de aresta:

aresta vertical, horizontal, a  $45^\circ$ , a  $135^\circ$  ou outro.

Consoante a posição relativa na sub-imagem e o tipo de direcção da aresta podem-se definir:

$5 \text{ direcções} \times (4 \times 4) \text{ localizações de pixels na sub-imagem} = 80 \text{ situações possíveis.}$



Subimagem e Direcções possíveis das arestas

O HISTOGRAMAS das ARESTAS representa a contagem do número de vezes que acontece cada uma destas 80 situações possíveis numa imagem.

## Caracterização de Imagem

### Caracterização de Textura

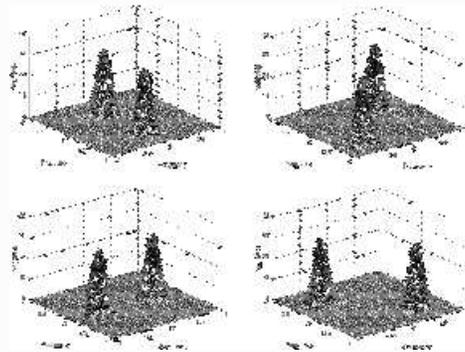
#### Descrição de Textura - Filtros de Gabor

Um Filtro de Gabor consiste de um filtro Gaussiano que é deslocado da frequência (0,0), para uma determinada frequência ( $V_c, U_c$ ).

Consiste assim num filtro passa banda

Formulação Matemática:

$$h(y, x) = e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x^2}{\sigma_x^2} + \frac{y^2}{\sigma_y^2}\right)} e^{-j2\pi(u_0x + v_0y)} \xleftrightarrow{TF} H(v, u) = 2\pi\sigma_x\sigma_y e^{-2\pi^2[(u-u_0)^2\sigma_x^2 + (v-v_0)^2\sigma_y^2]}$$



FILTROS DE GABOR COM DIRECÇÕES 0, 45 , 90 E 135°.



Resultado da filtragem da imagem nas direcções 0, 45 , 90 e 135°.

## Caracterização de Imagem

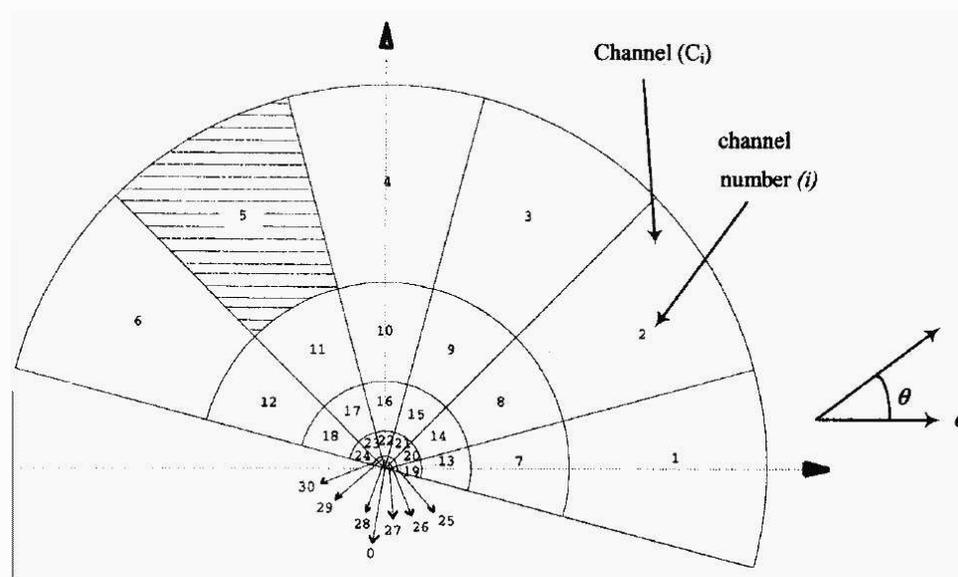
### Caracterização de Textura

#### Descrição de Textura - Descritor de Textura Homogéneo - HTD

A imagem é filtrada por filtros de Gabor para 30 situações diferentes de  $(u_0, v_0)$ . Considerando:

$$\omega_0 = \sqrt{u_0^2 + v_0^2} \quad \text{com} \quad \omega_0 = \omega_M 2^{-s}, \quad s \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

$$\theta_0 = \arctan(u_0/v_0) \quad \text{com} \quad \theta_0 \in \{0, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ\}$$



## Caracterização de Imagem

### Caracterização de Textura

#### Descrição de Textura - Descritor de Textura Homogéneo - HTD

Resultam então:

- a Imagem original;
- 30 imagens resultantes das filtragens de Gabor;

Calcula-se o valor médio  $\mu$  e o desvio padrão  $\sigma$  de cada uma destas imagens, formando o vector característico:

$$(\mu_{orig}, \sigma_{orig}, \mu_1, \sigma_1, \mu_2, \sigma_2, \dots, \mu_{30}, \sigma_{30})$$

que é usado para comparação.

## Similaridade entre dois Vectors Característicos

Para medir a Similaridade (ou Proximidade) entre dois vectores de dois objectos diferentes é muito vulgar usar a **DISTÂNCIA** entre os dois. Esta, compara cada componente do Vector Característico de um dos objectos com a componente respectiva do Vector Característico do outro objecto. (Cada componente mede uma característica; Por exemplo, a primeira componente mede a cor, a segunda componente é uma medida de uma textura específica, etc)

A **DISTÂNCIA DE MANHATTAN** entre dois Vectors Característicos de dimensão  $d$ ,  $\mathbf{x}_1$  e  $\mathbf{x}_2$ , é dada por:

$$\|\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2\| = \sum_{i=1}^d |\mathbf{x}_1[i] - \mathbf{x}_2[i]|$$

A **DISTÂNCIA EUCLIDIANA** entre dois Vectors Característicos de dimensão  $d$ ,  $\mathbf{x}_1$  e  $\mathbf{x}_2$ , é dada por:

$$\|\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2\| = \sqrt{\sum_{i=1}^d (\mathbf{x}_1[i] - \mathbf{x}_2[i])^2}$$

## Similaridade entre dois Vectors Característicos

### Distância Euclideana Ponderada

Alternativamente, a classificação pode usar as Distâncias ponderadas.

A **DISTÂNCIA PONDERADA** entre dois Vectors Característicos usa como factor de ponderação o desvio padrão dentro da classe em causa

$$\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_c\| = \sqrt{\sum_{i=1}^d \left( \frac{\mathbf{x}[i] - \mathbf{x}_c[i]}{\sigma_i} \right)^2}$$

## Classificadores

---

Surtem diferentes modelos de classificação:

- Classificação usando o VIZINHO mais PRÓXIMO.
- Classificação usando a MÉDIA da CLASSE mais PRÓXIMA.
- Classificação por KNN.
- Classificação “Bayesiana- por MAXIMIZAÇÃO da PROBABILIDADE a POSTERIORI.
- Classificação usando uma REDE NEURONAL ARTIFICIAL.
- Classificação usando Support Vector Machines (SVM).
- Classificação usando Particle Swarm Optimisation (PSO).

## Classificadores

### Classificadores

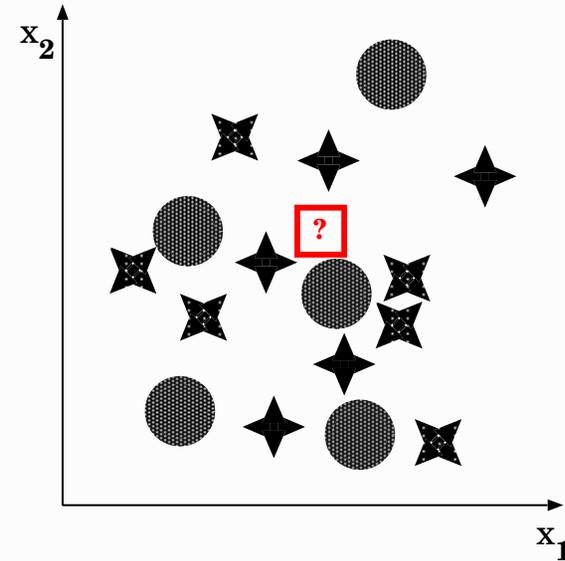
- Podem fazer classificação:
  - *Binária*  $\Rightarrow$  Classificam SIM/NÃO.  
Múltiplas CLASSES usam vários classificadores binários.
  - *Múltipla*  
Classificador atribui uma CLASSE de um conjunto predefinido.  
Tem que se considerar sempre uma classe de rejeitados.
- Necessitam conjunto de TREINO para as diferentes CLASSES.  
Num classificador BINÁRIO vão existir:
  - Conjunto de TREINO POSITIVO
  - Conjunto de TREINO NEGATIVO

## Classificadores

### Classificação usando o VIZINHO mais PRÓXIMO

Atribui-se a CLASSE da Amostra de Treino que origina a menor **DISTÂNCIA**.

*Nota:* Muitas vezes, quando as amostras de treino aparecem muito misturadas, não aparecendo regiões de classes bem definidas, torna-se conveniente usar este método de Classificação.



## Classificadores

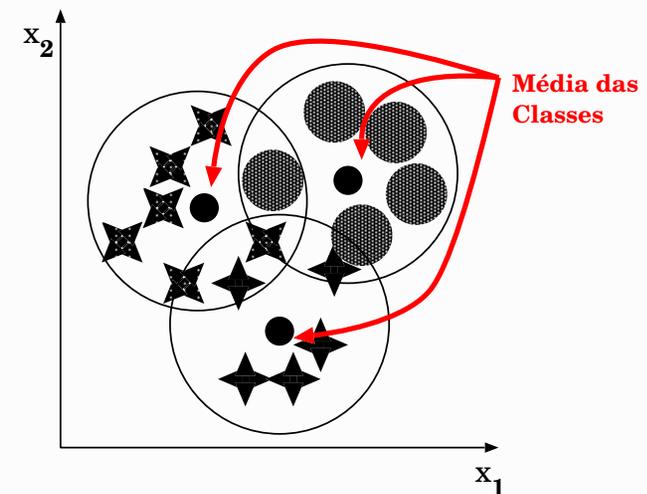
### Classificação usando a MÉDIA da CLASSE mais PRÓXIMA

Usando  $n_i$  amostras de *treino* para uma dada classe  $i$  pode-se calcular a média:

$$\bar{\mathbf{x}}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} \mathbf{x}_{i,j}$$

(Nota: corresponde a calcular o valor médio para cada componente do vector)

Uma amostra é classificada como pertencendo a uma dada CLASSE se a **DISTÂNCIA** ao seu centro for a menor de todas.



## Classificadores

### Classificação por KNN

Considera-se um conjunto de treino com  $N$  vectores característicos, representativos das diferentes classes.

Obtêm-se os  $K$  vectores característicos do conjunto de treino mais próximos do vector característico do elemento a classificar.

A classe que estiver em maioria nos  $K$  vectores de treinos é seleccionada.

Particularmente, o uso deste método em classificação binária leva a resultados bastante positivos.

Pode ser atribuído um intervalo de confiança à decisão do vector ser de uma classe  $C_i$ :

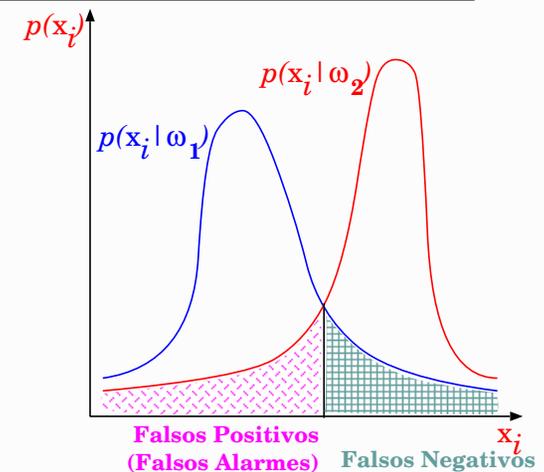
$$\frac{\text{número de vectores de treino da classe } C_i \text{ em } K}{K}$$

## Classificadores

### Decisão Bayesiana

Um **CLASSIFICADOR BAYESIANO** Classifica um objecto na classe a que é mais provável pertencer baseado nas Características observadas.

Classe $j$	$\omega_j$
Vector Característico	$\mathbf{x}$
Distribuição Condicional da Classe	$p(\mathbf{x} \omega_j)$
Probabilidade a Priori	$P(\omega_j)$
Distribuição Incondicional	$p(\mathbf{x})$



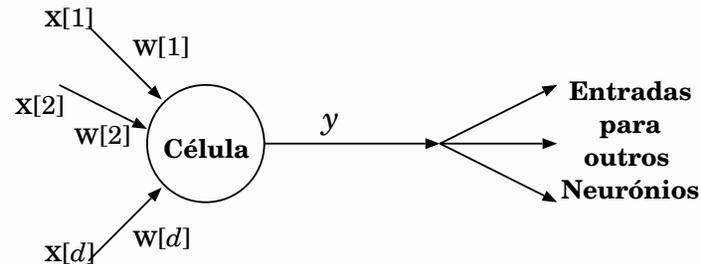
**PROBABILIDADE À POSTERIORI** 
$$P(\omega_j|\mathbf{x}) = \frac{p(\mathbf{x}|\omega_j)P(\omega_j)}{p(\mathbf{x})}$$

onde 
$$p(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^m p(\mathbf{x}|\omega_j)P(\omega_j)$$

## Classificadores

### Redes Neurais

Baseadas no modelo simplificado de um neurónio humano representado na figura.



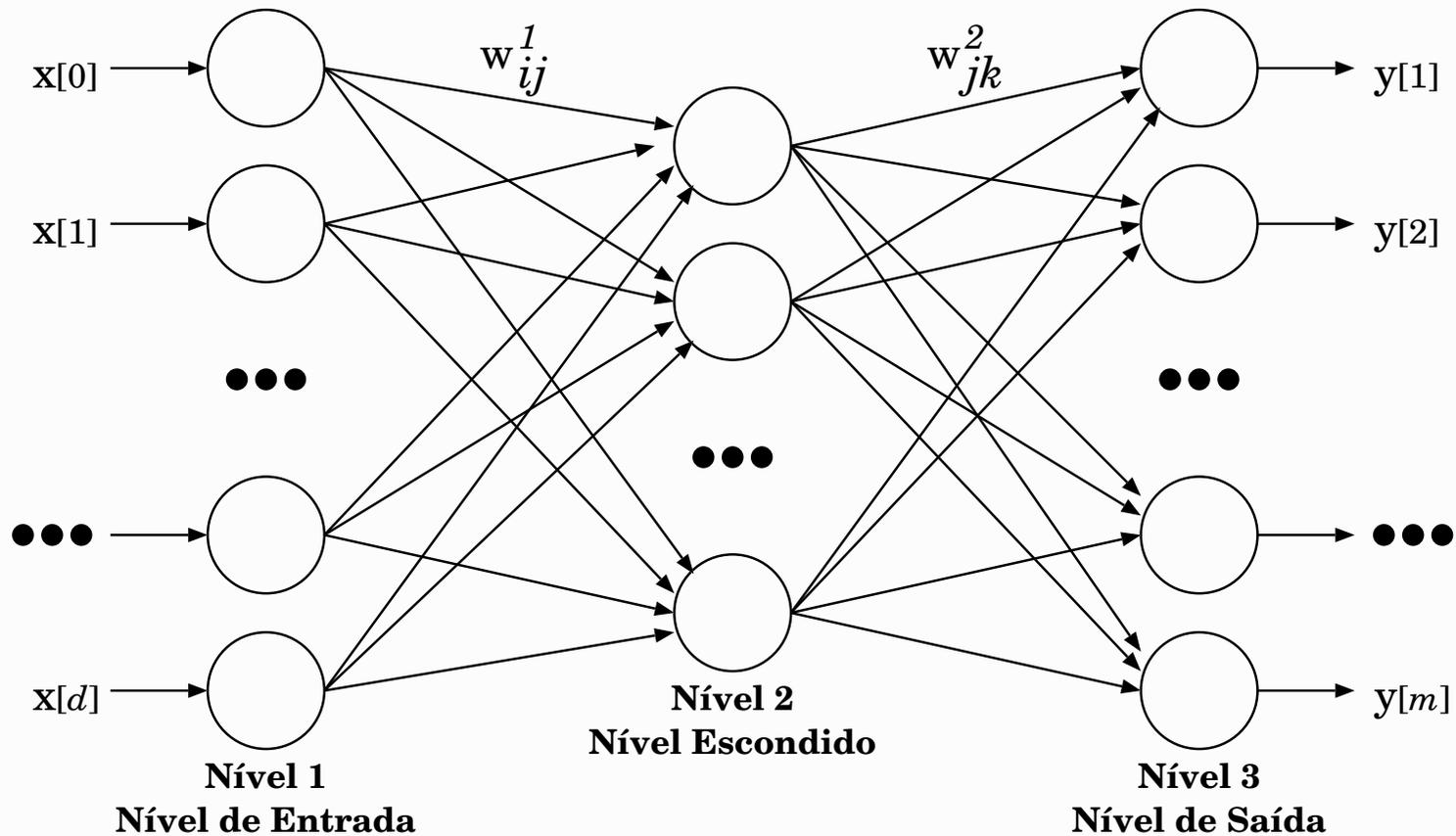
$$y = g \left( \sum_{j=1}^d w[j]x[j] \right)$$

onde  $g(\alpha)$  pode ser dado por:

- $g(\alpha) = 1$  se  $\alpha > t$  e 0 caso contrário
- $g(\alpha) = 1/(1 + e^{-\beta(\alpha-t)})$

# Classificadores

## Redes Neurais



## Classificação Não-supervisionada

---

### “Clustering”

- Decisão é feita exclusivamente a partir dos dados usando função predefinida de  $f$ .
  - Baseado em estruturas naturais dos dados - Ex.: “*Clustering*”.
  - Algoritmo de “*Clustering K-means*”.

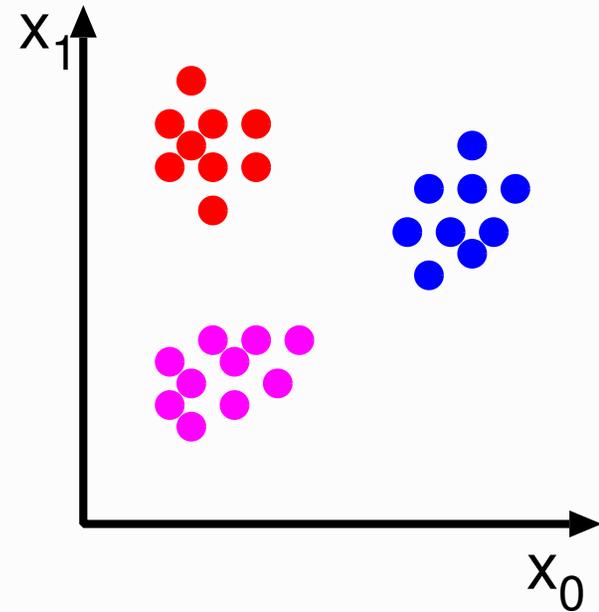
## Classificação Não-supervisionada

### Noção de “Clustering”

Processo de partição dos vectores característicos em subconjuntos, chamados “*Clusters*”.

Uma forma normal de formar “*Clusters*” é associar pontos que estão próximos entre si no espaço euclideo considerado.

Pretende-se portanto, criar partições de um conjunto de vectores, em grupos que apresentam valores similares.



EXEMPLOS DE “*Clusters*” NUM ESPAÇO BIDIMENSIONAL.

## Classificação Não-supervisionada

---

### Algoritmos Clássicos de “*Clustering*”

Os vectores característicos, podem incluir componentes como:

- ◇ Valores de Intensidade
- ◇ Valores das componentes de Cor (RGB, HSV,...)
- ◇ Propriedades calculadas
- ◇ Medidas de Texturas

A escolha dos **CLUSTERS** pode ser definida

- ◇ com base no número de “*Clusters*”,  $K$ .
- ◇ mantendo a variância para cada “*Clusters*”, abaixo de um determinado valor.

## Classificação Não-supervisionada

### Algoritmos Clássicos de “Clustering”

Tipicamente existem  $K$  clusters,  $C_1, C_2, \dots, C_K$ , com médias  $m_1, m_2, \dots, m_K$ .

A medida do *erro quadrático mínimo* pode ser definida como:

$$D = \sum_{k=1}^K \sum_{x_i \in C_k} \|x_i - m_k\|^2,$$

que mede a proximidade dos dados aos clusters que lhe foram atribuídos.

### ALGORITMO BASE

- ◇ Pixels são agrupados em “Clusters”.
- ◇ Um algoritmo de Etiquetagem permite encontrar regiões conectadas.

## Classificação Não-supervisionada

### Algoritmo de “Clustering” por “K-means” Iterativo

1. Fazer o número de iterações  $i_C = 1$ .
2. Escolher aleatoriamente um conjunto de  $K$  “Clusters” com médias  $m_1(1), m_2(1), \dots, m_K(1)$ .
3. Para cada vector  $x_i$  calcular  $D(x_i, m_k(i_C))$ , para cada  $k = 1, 2, \dots, K$  e atribuir  $x_i$  ao cluster  $C_j$  com a média mais próxima.
4. Incrementar  $i_C$ , somando 1, e actualizar as médias para obter um novo conjunto  $m_1(i_C), m_2(i_C), \dots, m_K(i_C)$ .
5. Repetir os passos 3. e 4. até que  $C_k(i_C) = C_k(i_C + 1)$  para todos os  $k$ .

NOTA: O algoritmo é convergente, embora possa não levar à solução óptima.

Usualmente para-se quando  $|C_k(i_C) - C_k(i_C + 1)|$  é menor que um determinado limiar.

## Classificação Não-supervisionada

Algoritmo de “*Clustering*” por “*K-means*” Iterativo



Original



Máscara

Exemplo de “*Clustering*” por “*K-means*”