Arquitectura de Computadores I

Análise e Concepção de Circuito Combinacionais

António M. Gonçalves Pinheiro

Departamento de Física
Universidade da Beira Interior
Covilhã - Portugal

pinheiro@ubi.pt

Concepção de Sistemas Combinacionais

Tal como se podem obter funções booleanas a partir dos Uns das tabelas de verdade, também se podem obter a partir dos Zeros

Primeira Fórmula Canónica da Algebra de Boole $\longleftrightarrow$ **1s**

Segunda Fórmula Canónica da Algebra de Boole $\longleftrightarrow$ **0s**

Exemplo de Aplicação de Algebra de Boole

Formalize o seguinte problema em termos de Algebra de Boole.
Um Aluno pode matricular-se a uma determinada disciplina de opção se cumprir pelo menos um dos seguintes requisitos:

1. Tem aprovação a pelo menos 20 créditos
   e é aluno de Engenharia Informática
2. É um aluno de Tecnologias e Sistemas da Informação
   e tem aprovação na disciplina de Arquitectura de Computadores I
3. Tem aprovação a pelo menos 20 créditos
   e tem aprovação na disciplina de Arquitectura de Computadores I

Nota: Considere que a disciplina em questão só faz parte dos planos curriculares dos cursos de Engenharia Informática e Tecnologias e Sistemas da Informação.

	A	B	C	F
0	0	0	0	**0**
1	0	0	1	**1**
2	0	1	0	**0**
3	0	1	1	**0**
4	1	0	0	**0**
5	1	0	1	**1**
6	1	1	0	**1**
7	1	1	1	**1**

$$F = A \cdot B + \overline{B} \cdot C$$

A - Tem aprovação a pelo menos 20 créditos
B - É aluno de Engenharia Informática
$\overline{B}$ - É aluno de Tecnologias e Sistemas da Informação
C - Tem aprovação na disciplina de Arquitectura de Computadores I

Condição 1 $\longrightarrow$ $A \cdot B$
Condição 2 $\longrightarrow$ $\overline{B} \cdot C$
Condição 3 $\longrightarrow$ $A \cdot C$

Condição Final $\longrightarrow$ $F = (A \cdot B + \overline{B} \cdot C) + A \cdot C$

Concepção de Sistemas Combinacionais

Resolução

Tabela de Verdade

	A	B	C	F	$\overline{A}$+B+C	
0	0	0	0	**0**	1	A+B+C
1	0	0	1	**1**	1	
2	0	1	0	**0**	1	A+$\overline{B}$+C
3	0	1	1	**0**	1	A+$\overline{B}$+$\overline{C}$
4	1	0	0	**0**	0	$\overline{A}$+B+C
5	1	0	1	**1**	1	
6	1	1	0	**1**	1	
7	1	1	1	**1**	1	

$$\mathbf{F} = (\mathbf{A+B+C}) \cdot \left(\mathbf{A+\overline{B}+C}\right) \cdot \left(\mathbf{A+\overline{B}+\overline{C}}\right) \cdot \left(\mathbf{\overline{A}+B+C}\right)$$

Nota Teórica

Segunda Fórmula Canónica da Algebra de Boole

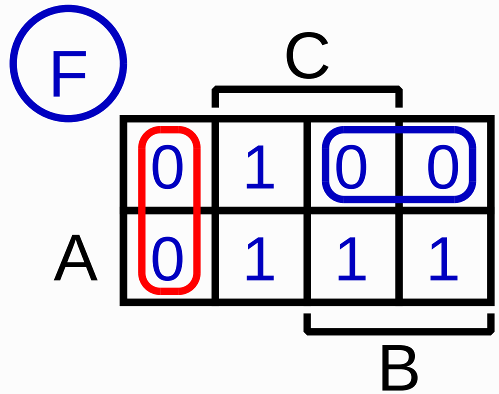
$$f = \prod_{i=0}^{2^n-1} (f_i + M_i)$$

- f_i - valor da função f na linha i da tabela de verdade.
- M_i - maxtermo de ordem i (função lógica que só é 0 na linha i da tabela de verdade).
- n - número de variáveis lógicas independentes.

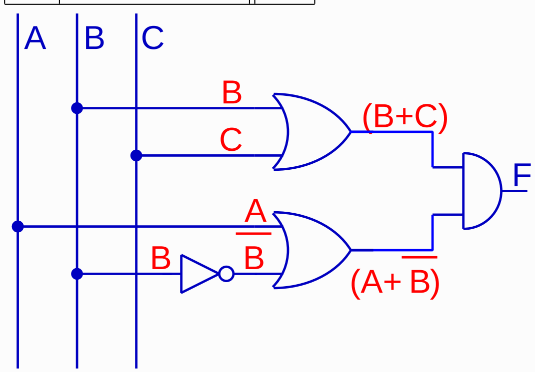
Exemplo: **F=** $M_0 \cdot M_2 \cdot M_3 \cdot M_4$

Mapas de Karnaugh

Exemplo da Condição de Matrícula



	A	B	C	F
0	0	0	0	**0**
1	0	0	1	**1**
2	0	1	0	**0**
3	0	1	1	**0**
4	1	0	0	**0**
5	1	0	1	**1**
6	1	1	0	**1**
7	1	1	1	**1**



$$\mathbf{F} = (\mathbf{A+B+C}) \cdot (\mathbf{A+\overline{B}+C}) \cdot (\mathbf{A+\overline{B}+\overline{C}}) \cdot (\mathbf{\overline{A}+B+C})$$

$$\mathbf{F} = (\mathbf{A+B+C}) \cdot (\mathbf{\overline{A}+B+C}) \cdot (\mathbf{A+\overline{B}+C}) \cdot (\mathbf{A+\overline{B}+\overline{C}})$$

$$\mathbf{F} = ((\mathbf{B+C})+\mathbf{A}\cdot\mathbf{\overline{A}}) \cdot ((\mathbf{A+\overline{B}})+\mathbf{C}\cdot\mathbf{\overline{C}})$$

$$\mathbf{F} = ((\mathbf{B+C})+\mathbf{0}) \cdot ((\mathbf{A+\overline{B}})+\mathbf{0})$$

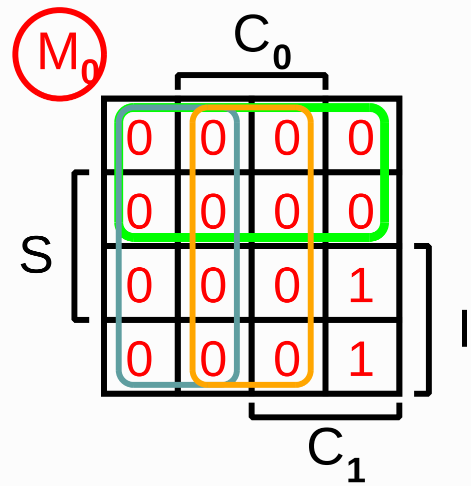
$$\mathbf{F} = (\mathbf{B+C}) \cdot (\mathbf{A+\overline{B}})$$

Mapas de Karnaugh

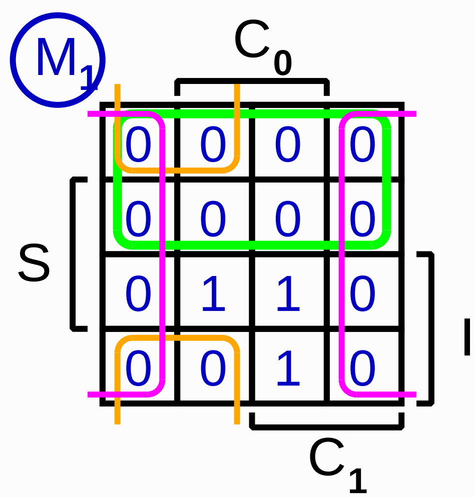
Mapa de Karnaugh

Exemplo do controlo do limpa para-brisas

	I	S	C_1	C_0	MF_1	MF_0
0	0	0	0	0	**0**	**0**
1	0	0	0	1	**0**	**0**
2	0	0	1	0	**0**	**0**
3	0	0	1	1	**0**	**0**
4	0	1	0	0	**0**	**0**
5	0	1	0	1	**0**	**0**
6	0	1	1	0	**0**	**0**
7	0	1	1	1	**0**	**0**
8	1	0	0	0	**0**	**0**
9	1	0	0	1	**0**	**0**
10	1	0	1	0	**0**	**1**
11	1	0	1	1	**1**	**0**
12	1	1	0	0	**0**	**0**
13	1	1	0	1	**1**	**0**
14	1	1	1	0	**0**	**1**
15	1	1	1	1	**1**	**0**

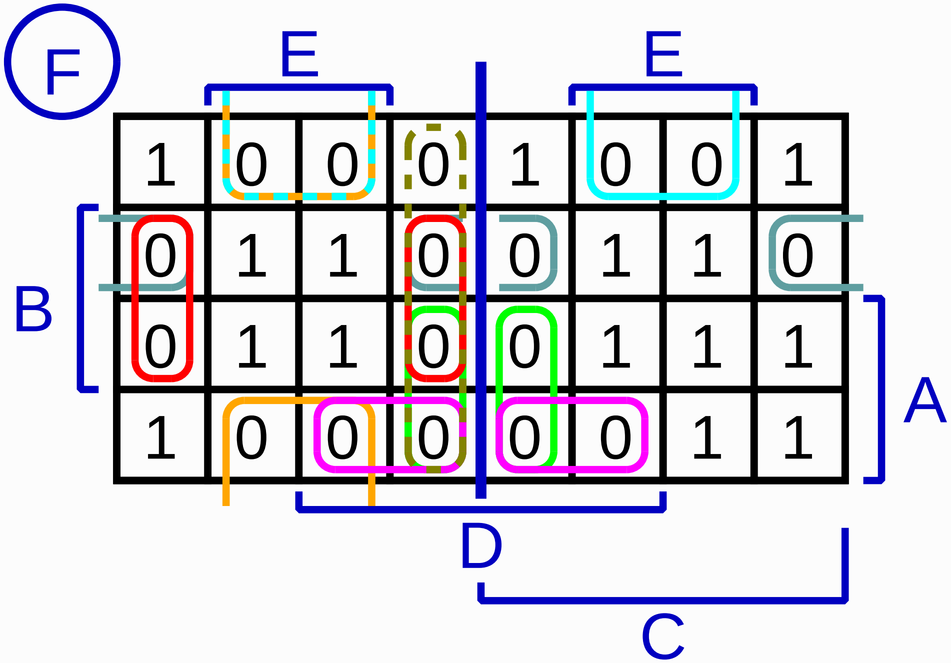


$$MF_0 = I \cdot C_1 \cdot \overline{C_0}$$



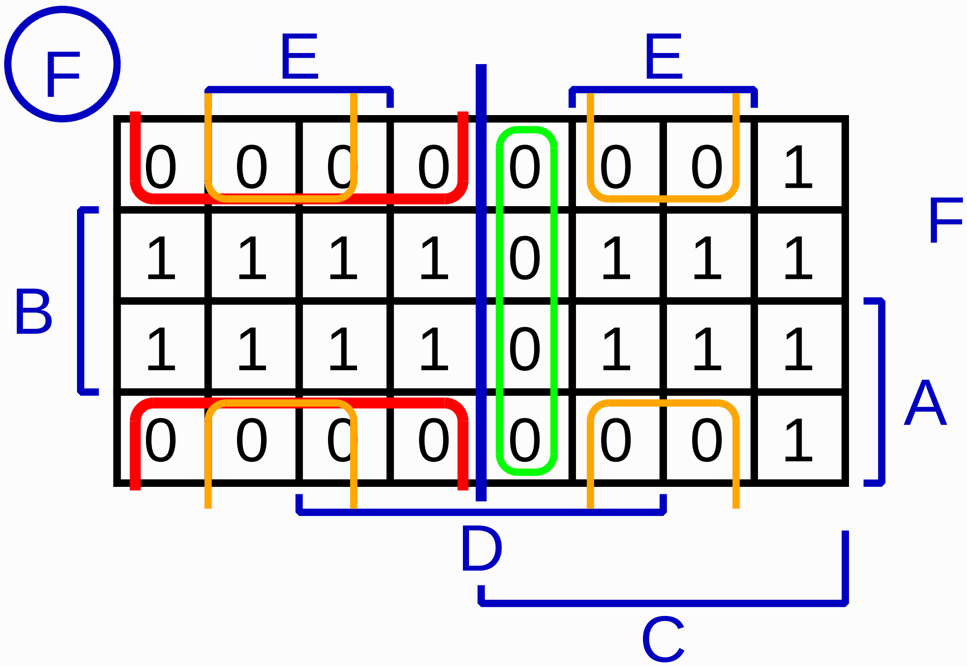
$$MF_1 = I \cdot C_0 \cdot (C_1 + S)$$

Mapas de Karnaugh



$$F = (A+\overline{B}+E)\,(A+B+\overline{E})\,(\overline{A}+\overline{D}+E)\,(\overline{A}+B+\overline{D})\,(\overline{B}+C+E)\,(B+C+\overline{E})\,(C+\overline{D}+E)$$

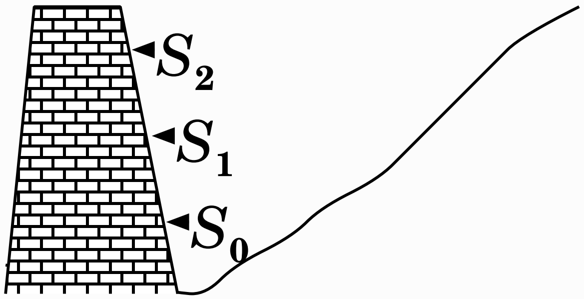
Mapas de Karnaugh



$F = (B+C)\,(B+\overline{E})\,(\overline{C}+\overline{D}+E)$

Situações Indefinidas

Exemplo



Considere a barragem representada na figura em que S_2, S_1 e S_0 são sensores que detectam a presença de água nos respectivos níveis, gerando um "1"lógico.
Considere também a existência de uma variável lógica X que quando a "1"define que se está na época chuvosa.

Projecte circuitos lógicos que gerem as seguintes variáveis de controlo:

- $Y = 1$ — *Abertura de comportas de segurança*
  sse a àgua está acima de S_1 na época chuvosa e
  a àgua está acima de S_2 na época seca.

- $Z = 1$ — *Abastecimento de água*
  sse a àgua está acima de S_0 em qualquer época.

Situações Indefinidas

	X	S_2	S_1	S_0	**Y**	**Z**	
0	0	0	0	0	**0**	**0**	
1	0	0	0	1	**0**	**1**	
2	0	0	1	0	-	-	Impossível
3	0	0	1	1	**0**	**1**	
4	0	1	0	0	-	-	Impossível
5	0	1	0	1	-	-	Impossível
6	0	1	1	0	-	-	Impossível
7	0	1	1	1	**1**	**1**	
8	1	0	0	0	**0**	**0**	
9	1	0	0	1	**0**	**1**	
10	1	0	1	0	-	-	Impossível
11	1	0	1	1	**1**	**1**	
12	1	1	0	0	-	-	Impossível
13	1	1	0	1	-	-	Impossível
14	1	1	1	0	-	-	Impossível
15	1	1	1	1	**1**	**1**	

Y

		S_0	S_0	
	0	0	0	-
S_2	-	-	1	-
S_2, X	-	-	1	-
X	0	0	1	-
			S_1	S_1

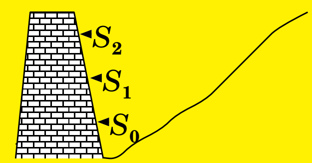
$F = S_2 + S_1 X$

Z

		S_0	S_0	
	0	1	1	-
S_2	-	-	1	-
S_2, X	-	-	1	-
X	0	1	1	-
			S_1	S_1

$F = S_0$

Considere a barragem representada na figura em que S_2, S_1 e S_0 são sensores que detectam a presença de água nos respectivos níveis, gerando um “1”lógico.

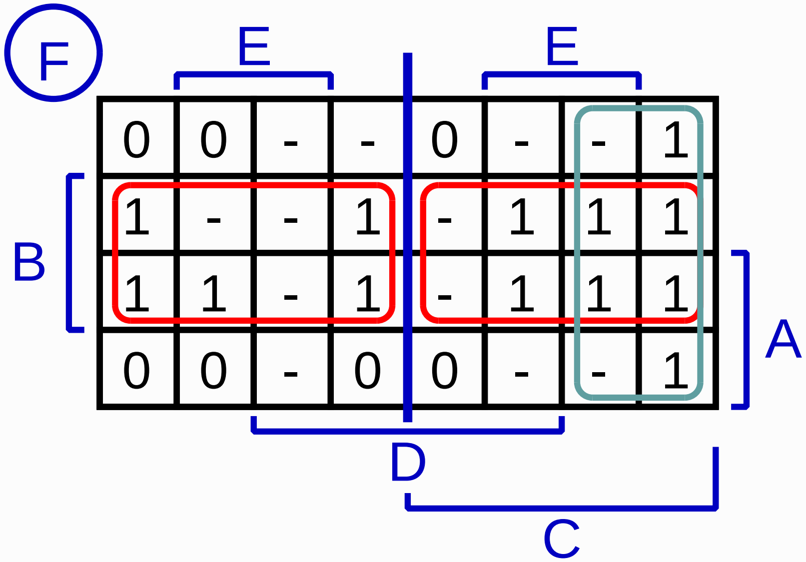


Considere também a existência de uma variável lógica X que quando a “1”define que se está na época chuvosa.

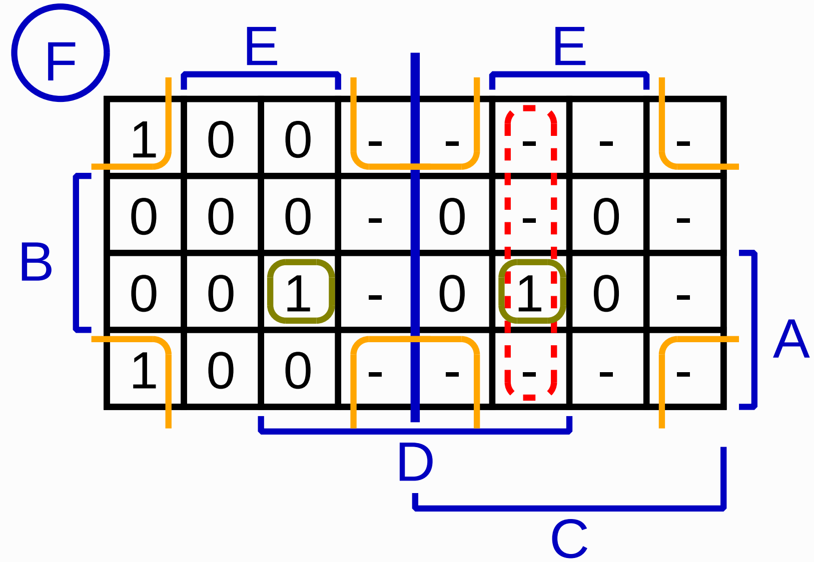
Projecte circuitos lógicos que gerem as seguintes variáveis de controlo:

- $Y = 1$ sse — *Abertura de comportas de segurança*: a àgua está acima de S_1 na época chuvosa e a àgua está acima de S_2 na época seca.
- $Z = 1$ sse — *Abastecimento de água*: a àgua está acima de S_0 em qualquer época.

Situações Indefinidas



$F = B + C\,\bar{D}$



$F = \bar{B}\,\bar{E} + A\,B\,D\,E + \cancel{C\,D\,E}$

Nota Teórica

Situações Indefinidas - "don't care"

Surgem nas seguintes situações:

- As **Variáveis de Entrada** não são especificadas nessa situação;
- As **Variáveis de Entrada** combinadas dessa forma levam a uma situação fisicamente impossível.